

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

«17»  Е.А. Журавлева
2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Проективная геометрия

По направлению подготовки 01.03.01 Математика
Профиль подготовки Математические и цифровые технологии в
образовании
Квалификация выпускника бакалавр
Форма обучения очная
Курс 4

Разработчик
доцент Скринникова А.В.
Заведующий кафедрой
фундаментальной математики

 Темникова С.В.

Протокол

от «17» марта 2025 г. № 7

Луганск, 2025

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Проективная геометрия» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС — установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Профессиональные	
ПК-2	ПК-2.2. Умеет математически корректно формулировать и решать основные практические и теоретические задачи в области математики.

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Тема 1. Понятие проективного пространства.	ПК-2	Выполнение домашнего задания, устный опрос
Тема 2. Перспективное отображение плоскости в связку прямых. Расширенная плоскость.	ПК-2	Выполнение домашнего задания, устный опрос
Тема 3. Прямая на проективной плоскости.	ПК-2	Выполнение домашнего задания, устный опрос
Тема 4. Преобразования проективных координат. Теорема Дезарга.	ПК-2	Выполнение домашнего задания, устный опрос
Тема 5. Двойное отношение четырех точек.	ПК-2	Выполнение домашнего задания, устный опрос
Тема 6. Проективные отображения и проективные преобразования.	ПК-2	Выполнение домашнего задания, устный опрос
Тема 7. Квадрики.	ПК-2	Выполнение домашнего задания, устный опрос
Промежуточная аттестация	ПК-2	Зачет

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ПК–2	<p>знает: основные геометрические понятия и отношения: аксиоматику соответствующих разделов геометрии, основные определения и теоремы, формулировки утверждений, методы доказательства основных из них, возможные сферы их приложений;</p> <p>умеет: проводить стандартные исследования геометрических свойств и характеристик, делать геометрические построения, используя методы изображений, базирующихся на теории проективной геометрии;</p> <p>владеет: координатным методом и использует его для решения стандартных задач аналитической, проективной геометрии, методами геометрических построений</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
Работа на практических занятиях	20
Контроль самостоятельной работы	30
Зачет (письменный)	50
Итого за семестр:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства	

		из них оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	D – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	E – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые) Вопросы для устного опроса

1. Замена репера.
2. Проективная координата точки на прямой.
3. Построение точки по координате.
4. Модели проективного пространства.
5. Проективные координаты. Согласование базиса.
6. Расширенная прямая.
7. Проективные координаты на прямой, однородные координаты на проективной прямой.
8. Расширенная плоскость.
9. Проективный репер на плоскости.
10. Теорема о проективном репере.
11. Однородные координаты на проективной плоскости.
12. Прямая на проективной плоскости.
13. Параметрические уравнения прямой.
14. Общее уравнение прямой на проективной плоскости.
15. Особенности уравнения прямой по отношению к расположению относительно проективного репера.
16. Проективные преобразования прямой и инвариантные точки.
17. Проективные преобразования плоскости, их классификация.
18. Теоретико-групповой принцип построения геометрии.
19. Теоремы о перспективных отображениях.

Примерная домашняя работа 1.

1. На расширенной прямой в репере $R\{A_1, A_2, E\}$ постройте точку $M(3:2)$.
2. На расширенной плоскости в заданном репере $R\{A_1, A_2, A_3, E\}$ постройте прямую $d(1;-2;3)$.
3. Какова особенность расположения прямой (AB) относительно репера $R\{A_1, A_2, A_3, E\}$ на проективной плоскости, если в этом репере первые пары координат точек $A(a^1:a^2:a^3)$ и $B(b^1:b^2:b^3)$ пропорциональны?
4. С помощью одной линейки через данную точку провести прямую, параллельную двум заданным прямым.
5. Найдите сложное отношение четырех точек (AB, CD) , предварительно убедившись в их коллинеарности. $A(1:2:4)$, $B(5:0:4)$, $C(3:1:4)$, $D(2:-1:0)$.
6. Задачи на построение точки (прямой), гармонической по отношению к трем заданным точкам (прямым).
7. Найдите формулы коллинеации, заданные двумя четверками точек: $A(0:0:1)$, $A'(0:0:1)$, $B(2:0:1)$, $B'(2:0:1)$, $C(1:1:1)$, $C'(1:1:0)$, $D(1:-1:1)$, $D'(1:-1:0)$.
8. Найдите сложное отношение четырех точек (AB, CD) , предварительно убедившись в их коллинеарности. $A(1:2:4)$, $B(5:0:4)$, $C(3:1:4)$, $D(2:-1:0)$.

Примерная домашняя работа 2.

1. Найдите сложное отношение четырех прямых (ab, cd) , предварительно

убедившись в принадлежности одному пучку прямых. $a[1:2:4]$, $b[5:0:4]$, $c[3:1:4]$, $d[2:-1:0]$.

2.Используя теорему Дезарга, докажите, что медианы треугольника пересекаются в одной точке.

3.Найдите образ произвольной прямой при гомологии, заданной центром, осью и парой точек.

4.Построить сечение многогранника методом следа.

5.Построить сечение многогранника методом соответствующих точек.

6.Решение позиционных задач (изображение перпендикуляра).

Примерная домашняя работа 3

1.На расширенной прямой постройте единичную точку E , если даны точки A_1 , A_2 и точка $M(1:-2)$.

2.На расширенной плоскости в заданном репере $R\{A_1, A_2, A_3, E\}$ постройте точки $M(1:-2:3)$ и $N(2:0:-1)$.

3.Даны прямые $l_1[-1:2:3]$, $l_2[3:1:1]$, $m_1[0:1:2]$, $m_2[1:2:3]$. Найдите уравнение прямой PQ , где P = пересечение прямых l_1, l_2 , Q = пересечение прямых m_1, m_2 .

4.С помощью одной линейки через данную точку провести прямую, параллельную двум заданным прямым.

5.Найдите сложное отношение четырех точек (AB, CD) , предварительно убедившись в их коллинеарности. $A(1:2:4)$, $B(5:0:4)$, $C(3:1:4)$, $D(2:-1:0)$.

6.Задачи на построение точки (прямой), гармонической по отношению к трем заданным точкам (прямым).

7.Найдите формулы коллинеации, заданные двумя четверками точек: $A(0:0:1)$, $A'(0:0:1)$, $B(2:0:1)$, $B'(2:0:1)$, $C(1:1:1)$, $C'(1:1:0)$, $D(1:-1:1)$,

8.Найдите сложное отношение четырех точек (AB, CD) , предварительно убедившись в их коллинеарности. $A(1:2:4)$, $B(5:0:4)$, $C(3:1:4)$, $D(2:-1:0)$.

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к зачету.

1.Понятие проективного пространства.

2.Перспективное отображение прямой в пучок прямых.

3.Проективные реперы и однородные координаты в них на проективной прямой.

4.Проективные реперы и координаты в них на проективной плоскости. Замена репера.

5.Перспективное отображение плоскости в связку прямых. Расширенная плоскость. Проективный репер на плоскости. Теорема о проективном репере. Однородные координаты на проективной плоскости.

6.Условие принадлежности трех точек прямой. Прямая на проективной плоскости. Параметрические уравнения прямой. Общее уравнение прямой на

проективной плоскости. Особенности уравнения прямой по отношению к расположению относительно проективного репера.

7.Преобразование проективных координат. Простейшие свойства проективной плоскости и проективного пространства.

8.Принцип двойственности. Теорема Дезарга. Построение сечений пространственных фигур с помощью теоремы Дезарга.

9.Большой принцип двойственности. Доказать, что в абстрактном проективном пространстве прямая содержит не менее 3 точек, и что если точка инцидентна двум плоскостям, то она инцидентна их общей прямой. Сформулировать двойственные утверждения.

10.Доказать, что если прямая и плоскость не инцидентны, то им инцидентна единственная точка, и что через 3 неколлинеарные точки проходит единственная плоскость. Сформулировать двойственные утверждения.

11.Доказать, что вне прямой (плоскости) в проективном пространстве имеется точка. Сформулировать двойственные утверждения.

12.Доказать, что вне прямой на проективной плоскости имеется точка. Каково двойственное утверждение?

13.Трехвершинник и двойственный объект в пространстве. Теорема Дезарга (неплоский случай).

14.Теорема Дезарга (плоский случай).

15.Одной линейкой провести через данную точку прямую, параллельную двум данным прямым.

16.Аксиомы проективной плоскости, малый принцип двойственности.

17.Аксиома Дезарга, связь с двойственностью.

18.Двойное отношение четырех точек, его свойства (теоремы). Сложное отношение четырех прямых пучка.

19.Гармонические четверки. Полный четырехвершинник. (Теорема.)

20.Проективные отображения и проективные преобразования. Перспективные отображения. Теоремы о перспективных отображениях.

21.Проективные преобразования прямой и инвариантные точки. Проективные преобразования плоскости, их классификация. Теоретико-групповой принцип построения геометрии.

22.Выполнение аксиом Дезарга и Фано в арифметических моделях.

23.Аксиома Паппа, ее выполнимость в арифметических моделях и связь с аксиомой Дезарга.

24.Построение на аффинной плоскости середины отрезка по заданной параллельной прямой и обратная задача. Линейные однородные преобразования, их проективность.

25.Связь аффинных преобразований с линейными однородными преобразованиями проективной плоскости.

26.Теорема проективной подвижности в аналитической форме.

27.Связь перспектив с линейными однородными преобразованиями.

28.Проективные биекции прямых. Теорема Штаудта.

29.Разложение проективной биекции прямой на прямую в композицию перспектив.

30. Построение образа точки при проективной биекции прямой на прямую.
31. Теорема о проективных преобразованиях плоскости.
32. Пример биекции, сохраняющей коллинеарность, но не сохраняющей ангармонические отношения.
33. неподвижные точки проективного преобразования плоскости.
34. неподвижные прямые проективного преобразования плоскости.
35. Найти неподвижные точки и прямые данного проективного преобразования.
36. Понятие квадрики на проективной плоскости и его геометричность.
37. Упрощение уравнений квадрик методом Лагранжа.
38. Классификация квадрик на действительной проективной плоскости.
39. Взаимное расположение квадрики и прямой.
40. Касательные к квадрикам.
41. Поляры и полюсы, теорема о поляритете.
42. Теоремы о касательной прямой к квадрике и о полярной сопряженности.
43. Построение поляры и касательных к овальной квадрике.
44. Пучки прямых. Теорема Штейнера.
45. Определяемость овальной квадрики 5 точками.
46. Теоремы Паскаля и Брианшона.